Musteraufgaben für die Zwischenprüfung im Ausbildungsberuf
Mathematisch-technische Softwareentwickler

Prüfungsbereich "Mathematische Methoden“

1. Aufgabe

Zeigen Sie die Gültigkeit folgender Aussage, indem Sie die Wahrheitstafel aufstellen:

$$A \Rightarrow (B \Rightarrow C) \equiv (A \wedge B) \Rightarrow C$$

Lösung:

A	B	C	$B \Rightarrow C$	$A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$	$A \wedge B$	$(A \wedge B) \Rightarrow C$
0	0	0	1	**1**	0	**1**
0	0	1	1	**1**	0	**1**
0	1	0	0	**1**	0	**1**
0	1	1	1	**1**	0	**1**
1	0	0	1	**1**	0	**1**
1	0	1	1	**1**	0	**1**
1	1	0	0	**0**	1	**0**
1	1	1	1	**1**	1	**1**

2. Aufgabe:

Im Folgenden sind Zahlen mit verschiedenen Zahlendarstellungen angegeben.
Vervollständigen Sie die Tabelle:

Dualdarstellung	Dezimaldarstellung	Hexadezimaldarstellung
110011001	***409***	***199***
01111111	127	***7F***
101111110011	***3059***	BF3

Die **Lösungen sind in kursiv und fett** in obiges Schema eingetragen

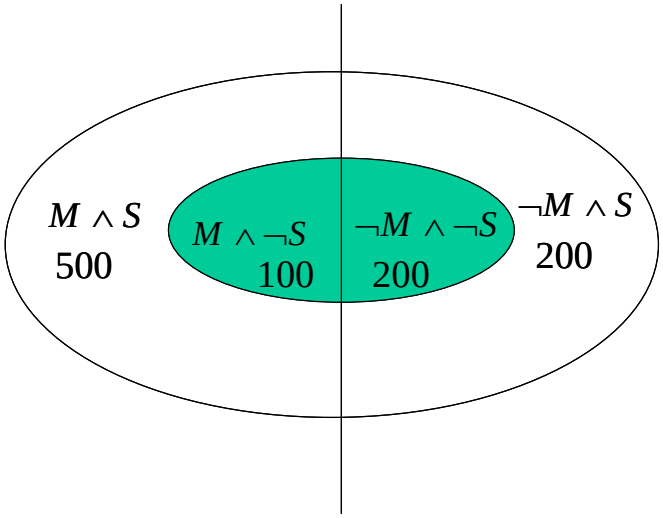
3. Aufgabe

Bestimmen Sie die Anzahl der Sport treibenden Schülerinnen unter den 1000 Schülern des Meier-Gymnasiums in A-Stadt, wenn folgende Angaben vorliegen:

- Es gibt 600 männliche Schüler, von denen 100 keinen Sport treiben
- 70% aller Schülerinnen und Schüler sind sportlich.

Zeichnen Sie auch ein Mengendiagramm.
Argumentieren Sie mit den Formeln für die Mächtigkeiten.

Lösung:



M = Männer
¬ M = Frauen
S = Sportler
¬ S = Nicht-Sportler

Es gelten folgende Bedingungen:

$|M \cup \neg M| = 1000$ und $|S \cup \neg S| = 1000$

$|M| = 600$, also $|\neg M| = 400$

$|M \cap \neg S| = 100$ und damit $|M \cap S| = 500$

$|M \cap S| + |\neg M \cap S| = 700$

Gesucht: $|\neg M \cap S| = 700 - |M \cap S|$ =700 – 500 = 200

4. Aufgabe

Gegeben sind die Matrizen

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ und $D = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

Entscheiden Sie, ob die folgenden Matrizen definiert sind:

a) $M_1 = A + C$
b) $M_2 = A \cdot B$
c) $M_3 = B \cdot A$
d) $M_4 = 3 \cdot C \cdot A - 2 \cdot D \cdot A$.

Lösung:

a) $M_1 = A + C$ ist nicht definiert, da A eine 2x3, C eine 2x2-Matrix ist

b) $M_2 = A \cdot B$ ist definiert, Ergebnis ist eine 2x2-Matrix

c) $M_3 = B \cdot A$ ist definiert, Ergebnis ist eine 3x3-Matrix

d) $M_4 = 3 \cdot C \cdot A - 2 \cdot D \cdot A$ ist definiert, Ergebnis ist eine 2x3-Matrix.

5. Aufgabe

Bestimmen Sie alle Lösungen des linearen Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Lösung:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \end{array}\right) \xrightarrow[\text{III = -3I+III}]{\text{II = -2I + II}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & -5 & 0 \\ 0 & -2 & -10 & 0 \end{array}\right) \xrightarrow{\text{III = -2II + III}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

ein Parameter ist frei wählbar

Setze $\boxed{z = \lambda.}$

Dann gilt: $-y - 5 \cdot \lambda = 0$, also $\boxed{y = -5 \cdot \lambda}$

und $x + (-5 \cdot \lambda) + 4 \cdot \lambda = 1$, also $\boxed{x = 1 + \lambda}$

Insgesamt ergibt sich die allgemeine Lösung:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ mit } \lambda \in R$$